

Họ và tên:

Lớp:.....

CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc hai một ẩn

- Phương trình bậc hai một ẩn (hay còn gọi là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

trong đó a, b, c là các số thực cho trước, x là ẩn số.

- Giải phương trình bậc hai một ẩn là đi tìm tập nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn đó.

2. thức nghiệm của phương trình bậc hai

- Xét phương trình bậc hai ẩn x : $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$. Với biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$, ta có

a) Trường hợp 1. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

b) Trường hợp 2. Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

c) Trường hợp 3. Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

3. Công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai

Đối với phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ và $b = 2b'$, $\Delta' = b'^2 - ac$:

• Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$.

• Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$.

• Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Chú ý: Trong trường hợp hệ số b có dạng $2b'$ ta nên sử dụng để giải phương trình sẽ cho lời giải ngắn gọn hơn.

II. BÀI TẬP

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

2) $-2x^2 + x + 1 = 0$.

3) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

4) $x^2 - x + 4 = 0$.

5) $-4x^2 + 4x + 1 = 0$.

6) $x^2 - x - 2 = 0$.

7) $-x^2 - 5x + 6 = 0$.

8) $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

9) $x^2 - 3x + 4 = 0$.

10) $2x^2 - 2x + 0,5 = 0$.

11) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$.

12) $x^2 - \sqrt{3}x = -1$.

HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hệ thức Vi-ét

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$. Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình thì:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

2. Ứng dụng của hệ thức Vi-ét

a) Xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$.

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1 = 1$, nghiệm còn lại là

$$x_2 = \frac{c}{a}.$$

- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1 = -1$, nghiệm còn lại là $x_2 = -\frac{c}{a}$.

b) *Tìm hai số biết tổng và tích của chúng*: Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình:

$$X^2 - SX + P = 0.$$

II. BÀI TẬP

Bài 1: Cho phương trình : $4x^2 + 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2

Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$

Bài 2: Cho phương trình $3x^2 - 2x - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu thức

$$D = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - x - 12 = 0$. Không giải phương trình hãy:

a) Chứng tỏ rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

b) Tính giá trị của biểu thức: $C = \frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1}$

Bài 4: Không dùng công thức nghiệm để giải phương trình: $3x^2 + 5x + 2 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$

Bài 5: Không dùng công thức nghiệm để giải phương trình: $3x^2 + 5x + 2 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$

Bài 6: Cho phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Tìm tổng và tích hai nghiệm.

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$D = \frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1}$$

Bài 7 : Cho phương trình $2x^2 - 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình :

a/ Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Tính $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$

b/ Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

Bài 8: Không dùng công thức nghiệm để giải phương trình $2x^2 + 3x - 5 = 0$

a/ Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b/ Tính giá trị của biểu thức: $A = (3x_1 - 2x_2) \cdot (3x_2 - 2x_1)$

Bài 9: Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1}{x_2 - 2} + \frac{x_2}{x_1 - 2}$

Bài 10: Cho phương trình $2x^2 - 7x - 3 = 0$

a/ Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b/ Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2^2$

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình trùng phương

- Phương trình trùng phương là phương trình có dạng $ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$.
- *Cách giải:* Đưa phương trình trùng phương về dạng phương trình bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ.
- ✓ *Bước 1.* Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$;
- ✓ *Bước 2.* Giải phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$ và tìm nghiệm của phương trình trùng phương.

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

- Phương trình chứa ẩn ở mẫu là phương trình có dạng $\frac{f_1(x)}{g_1(x)} + \frac{f_2(x)}{g_2(x)} + \dots + \frac{f_n(x)}{g_n(x)} = 0$.
- *Cách giải:*
 - ✓ *Bước 1.* Tìm điều kiện xác định của phương trình;
 - ✓ *Bước 2.* Quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu thức;
 - ✓ *Bước 3.* Giải phương trình bậc hai vừa nhận được;
 - ✓ *Bước 4.* Kiểm tra điều kiện và kết luận nghiệm của phương trình.

3. Phương trình đưa về dạng tích

- Phương trình tích là phương trình có dạng $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0$.

$$\text{▪ Cách giải: } f_1(x) \cdot f_2(x) \cdots f_n(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x) = 0. \end{cases}$$

Để giải một số phương trình trước hết cần đặt ẩn phụ, thu gọn về dạng phương trình bậc hai hoặc đưa về dạng phương trình tích.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Giải các phương trình sau:

$$1) x^4 + 2x^2 + 1 = 0; \quad 2) 2x^4 - 6x^2 = 8; \quad 3) 3x^4 - 10x^2 = -7; \quad 4) 9x^4 + 4 = 37x^2.$$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1) \frac{x^2 - 2x}{x+1} &= \frac{2x}{x+1}; & 2) \frac{x+3}{x-2} + 1 &= \frac{14}{x-1}; & 3) \frac{x}{x+1} &= \frac{-x^2 + 3x - 1}{(x+1)(x+3)}. \\ 4) \frac{x^2 + 4x}{x-1} &= \frac{3x}{x-1}; & 5) \frac{x+4}{x-2} + 1 &= \frac{16}{x-1}; & 6) \frac{3x}{x+1} &= \frac{x^2 + 9x + 14}{(x+1)(x+2)}. \end{aligned}$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1) (x-1)(x-2)(x-3) &= 0; & 2) x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= 0; \\ 3) x^3 - 3x^2 + 3x - 1 &= 0; & 4) x^3 + 3x^2 - 2x - 6 &= 0. \\ 5) x(x-1)(x-4) &= 0; & 6) x^3 - x^2 + x - 1 &= 0; \\ 7) x^3 - 5x^2 + 4x &= 0; & 8) x^3 - 3x^2 + 2x - 6 &= 0. \end{aligned}$$

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Bước 1: Lập phương trình

- a) Chọn ẩn số và nêu điều kiện thích hợp của ẩn số.
- b) Biểu thị các dữ kiện chưa biết qua ẩn số.
- c) Lập phương trình biểu thị tương quan giữa ẩn số và các dữ kiện đã biết.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Đối chiếu nghiệm của phương trình (nếu có) với điều kiện của ẩn số để trả lời

II. BÀI TẬP

Bài 1: Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Đáp số: 12 km/h

Bài 2: Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình sơn (Quảng Ngãi) Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường từ Hà Nội - Bình Sơn dài 900 km.

Đáp số: 45 km/h, 50 km/h.

Bài 3: Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một ca-nô đi từ A đến B, nghỉ 40 phút ở B, rồi lại trở về bến A. Thời gian kể từ lúc đi đến lúc trở về đến A là 6 giờ. Tính vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Đáp số: 12 km/h.

Bài 4: Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Đáp số: 40 sản phẩm.

Bài 5: Hai đội cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì thời gian tổng cộng hai đội phải làm là 25 giờ. Nếu hai đội cùng làm chung thì công việc hoàn thành trong 6 giờ. Tính xem mỗi đội làm một mình xong cả con mương trong bao lâu?

Đáp số: 10 giờ và 15 giờ.

Bài 6: Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 240 m². Nếu tăng chiều rộng lên 3 m và giảm chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh đất không thay đổi. Tính kích thước của mảnh đất

Đáp số: 20m, 12m